

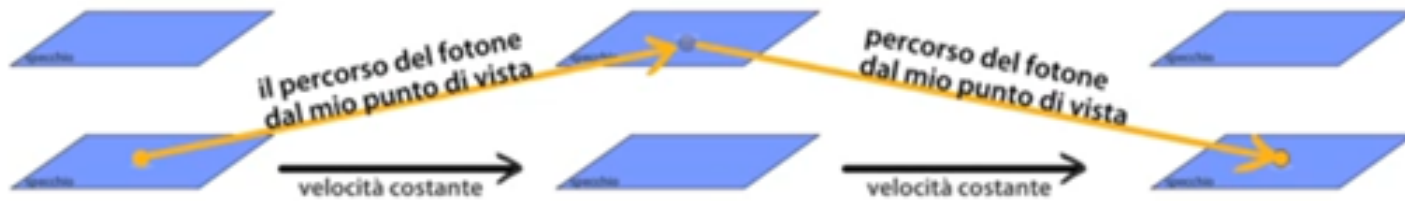
IL PARADOSSO DEI GEMELLI



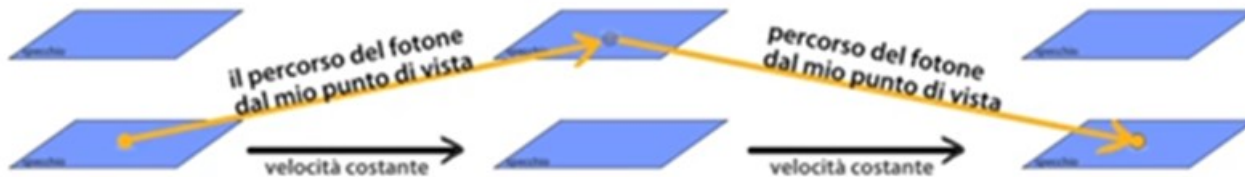
Orologio di Einstein



Caso 2. Metto un orologio **in moto** rispetto a me.



Caso 2. Metto un orologio **in moto** rispetto a me.



Quindi dal mio punto di vista (che sono fermo):

Il fotone percorre un **cammino più lungo** per ritornare allo specchio inferiore

+

La velocità della luce è sempre la stessa, misurata da ogni osservatore.

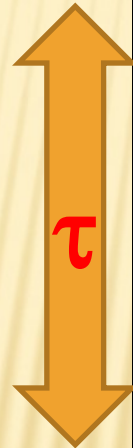
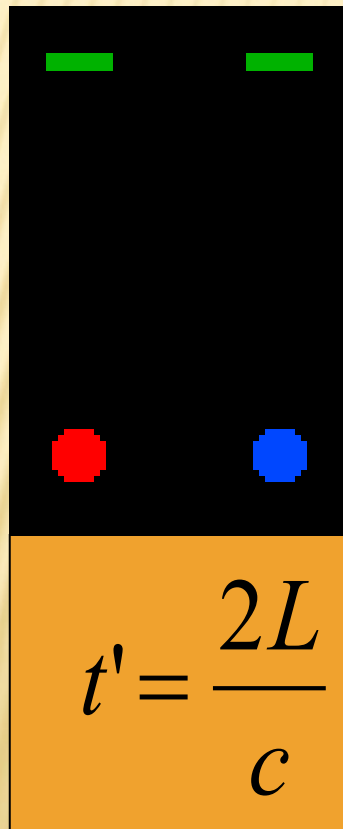
=

L'orologio in moto va **più piano** del mio, perché impiega più tempo a battere un colpo.

Ed ho fatto che la sorgente da lui ci si muova quindi stessa velocità della luce ma percorso più lungo quindi il fotone dell'Orologio in moto impiega più tempo a battere un colpo a tornare allo specchio inferiore cioè l'orologio in moto va più piano e

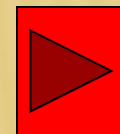
Se la velocità della luce deve essere la *stessa* in tutti i sistemi di riferimento inerziali, ne segue che lo spazio ed il tempo devono essere relativi.

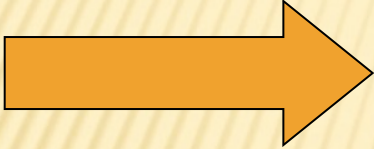
CON IL
TRENO
FERMO



CON TRENO IN MOTO
A VELOCITA' v

Quale sarà il tempo
valutato per questo
orologio in moto?





$$t_0 = T' = \Delta t' \text{ a terra} = \frac{\Delta t}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

$$= T \times \gamma = \tau \times \gamma$$

L'intervallo di tempo $\Delta t_{\text{a terra}}$ misurato dall'osservatore **O** "in quiete" risulta dilatato rispetto a $T = \Delta t = \tau$ (**tempo proprio**) quello misurato da **O'** !!!

IL PARADOSSO DEI GEMELLI

Il paradosso dei gemelli è un esperimento mentale elaborato da Herbert Dingle per confutare la teoria della relatività di Einstein.

Quale problematica si trova nel famoso e strano “Paradosso dei Gemelli”?

IL PARADOSSO DEI GEMELLI

Il paradosso dei gemelli è forse una delle conseguenze più popolari della teoria della relatività di Einstein.

In realtà non si tratta di un vero e proprio paradosso, bensì di un esperimento ideale volto ad illustrare come alcuni aspetti della teoria di Einstein siano contrari al senso comune, ma trovano ugualmente una spiegazione nell'ambito della teoria stessa

IL PARADOSSO DEI GEMELLI

Cosa significa relatività del tempo

Come sappiamo, secondo la teoria della relatività ristretta, per un osservatore **inerziale** (in quiete rispetto al proprio sistema di riferimento **A**) un orologio in un altro sistema di riferimento **C**, che sia in moto rispetto a lui, scandisce il tempo più lentamente di un orologio che si trovi nello stesso sistema di riferimento.

A

VELOCITA' DEL TEMPO
NEL LUOGO A



VELOCITA' DEL TEMPO
NEL LUOGO C



C

IL PARADOSSO DEI GEMELLI

Ad esempio, se il fattore $\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$ fosse uguale a 4, il **tempo proprio τ di 1 anno**, trascorso a bordo, corrisponderebbe a **4 anni nel sistema di riferimento dell'osservatore in moto**.

Dato che il nostro battito cardiaco e la nostra età sono misurati rispetto al tempo proprio sorge una domanda: **Una persona** in un sistema di riferimento **A** **invecchia più rapidamente** di una persona che si trovi in un **sistema di riferimento in moto C** rispetto a quello della prima persona?

IL PARADOSSO DEI GEMELLI

Il tempo non scorre allo stesso modo per tutti.

Quando ci si muove a velocità elevate oppure in situazioni di forte gravità, il tempo scorre più lentamente. E' un dato di fatto.

Vuol dire che se per me passano dieci secondi, per un'altra persona ne potrebbero passare soltanto cinque.

La relatività del tempo non è però osservabile sulla Terra perché gli effetti sono infinitesimali e poco visibili.

Gli effetti della relatività nel tempo si vedono soltanto se si viaggia a velocità molto alte.

Per questo motivo si utilizza il classico esempio dei due gemelli. così sarebbe più comprensibile e facile da spiegare la dilatazione temporale.

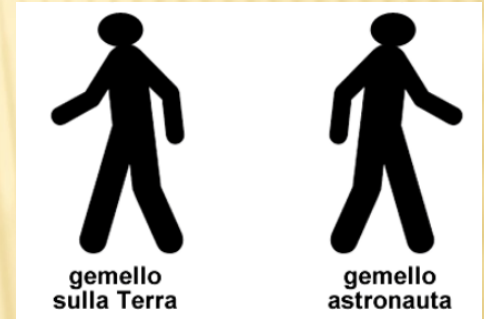
IL PARADOSSO DEI GEMELLI

L'esempio dei due gemelli e del viaggio nello spazio

Ci sono due gemelli di 40 anni.

Uno dei due è un astronauta e sta per partire in un viaggio a bordo

di un'astronave. I due gemelli si salutano.



L'astronave deve raggiungere una stella a 10 anni luce e poi tornare, viaggiando al 66% della velocità della luce.

Al termine della missione l'astronave torna sulla Terra.

IL PARADOSSO DEI GEMELLI

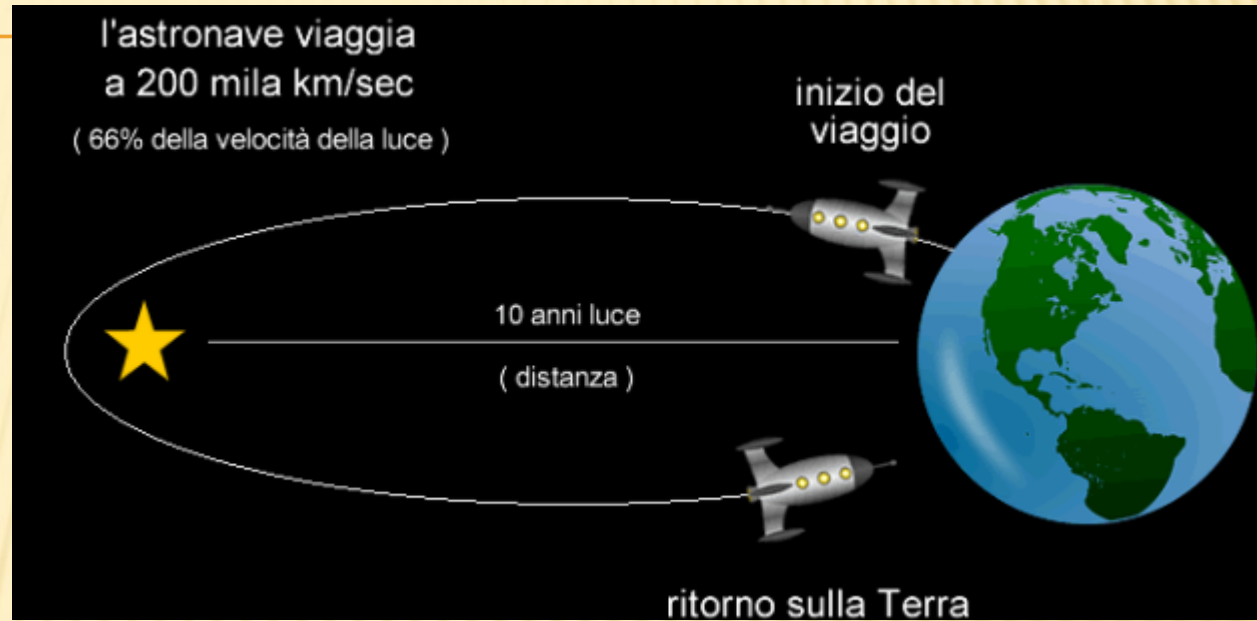
Il quesito!

Quando raggiunge la stella, quale anno segnerà il calendario sulla Terra?

Inoltre, quando l'astronauta torna sulla Terra è più giovane o più vecchio del suo gemello rimasto sulla Terra?

IL PARADOSSO DEI GEMELLI

Se viaggia a $\frac{2}{3}$ della velocità della luce e la stella dista 10 anni luce, l'astronave impiega 15 anni per raggiungerla e altri 15 per tornare sulla Terra.



Quando l'astronauta torna a casa riabbraccia il suo gemello terrestre che ormai ha 70 anni. Il gemello astronauta è però otto anni più giovane dell'altro, ha 62 anni.

IL PARADOSSO DEI GEMELLI

Cosa è successo?

Durante il suo viaggio sull'astronave il tempo è trascorso più lentamente, perché il razzo si è spostato a velocità elevatissime.

Sulla Terra, invece, il tempo terrestre ha continuato a scorrere normalmente. Per questo motivo al suo ritorno l'astronauta è più giovane del previsto.

Applicando la formula della dilatazione temporale, ci si accorge immediatamente che i 30 anni terrestri equivalgono a 22 anni dell'astronave.



L'intervallo di tempo $\Delta t_{\text{a terra}}$ misurato dall'osservatore **O** "in quiete" risulta dilatato rispetto a $T = \Delta t = \tau$ (tempo proprio) quello misurato da **O'** in moto rispetto ad **O!!!**

$$t_o = T' = \Delta t'_{\text{a terra}} = \frac{\Delta t}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = T_{\text{in moto}} \times \gamma = \tau \times \gamma$$

$$T_{\text{in moto}} = \tau = t_o \times \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} = \frac{t_o}{\gamma}$$

IL PARADOSSO DEI GEMELLI

70 anni

62 anni



gemello sulla Terra



gemello astronauta

Cosa è successo?

$$t = t_0 \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$$

t tempo sull'astronave
 t_0 tempo sulla Terra
 $t_0 = 30$ anni

$v = 200.000$ km/sec
velocità dell'astronave

$c = 300.000$ km/sec
velocità della luce

$t = 22$ anni

In conclusione, a bordo dell'astronave sono trascorsi soltanto **22 anni**, misurando dalla Terra ove passano **30 anni**

IL PARADOSSO DEI GEMELLI

Per l'astronauta il tempo è trascorso normalmente. Il gemello in viaggio nello spazio non si è accorto della relatività del tempo mentre era a bordo dell'astronave.

Per l'astronauta il tempo ha continuato a trascorrere normalmente.

Tuttavia, se avesse potuto vedere la vita sulla Terra in tempo reale, avrebbe visto tutti muoversi velocemente, come quando si preme il tasto Forward del lettore Dvd di casa.



sull'astronave



sulla Terra

IL PARADOSSO DEI GEMELLI

D'altra parte, se il gemello sulla Terra avesse potuto vedere suo fratello astronauta in tempo reale a bordo dell'astronave, l'avrebbe visto muoversi al rallentatore.

Come in una moviola sportiva.

Per entrambi i gemelli il tempo ha continuato a scorrere normalmente ma a velocità differenti e nessuno si è accorto di nulla.

Gli effetti si sono visti soltanto quando i due gemelli si sono incontrati nuovamente sulla Terra.

IL PARADOSSO DEI GEMELLI

Ma dove sta il paradosso?

Non certo nel tempo che scorre diversamente fra chi procede a grande velocità e chi sta fermo:

questo fenomeno è previsto dalla teoria relativistica di Einstein.

✘ Il paradosso sta nel fatto che **non è detto** che il fratello più vecchio sia quello che è rimasto a terra.

IL PARADOSSO DEI GEMELLI

Assumendo che il viaggio interstellare possa essere compiuto a velocità prossime a quelle della luce, la teoria prevede che, al ritorno sulla terra, il gemello **'viaggiatore'** sia invecchiato molto meno di quello **'terrestre'**.

La teoria prevede infatti che, come dice il nome, tutto è relativo e quindi è possibile che sia invecchiato proprio quello che ha viaggiato.

IL PARADOSSO DEI GEMELLI

Sia la Terra che l'astronave sono due sistemi differenti.
Non esiste un sistema di riferimento preferenziale tra i due.

La Terra non è un sistema inerziale in quiete, visto che:

La Terra si muove nello spazio come un'astronave ed orbita intorno al Sole alla velocità di 106 mila km/h.

Non solo... Anche il Sole si sposta a 792 mila km/h.

A sua volta il Sole è una stella appartenente a una galassia, la Via Lattea, che viaggia nell'Universo a 3,6 milioni di km/h.

Pertanto, noi terrestri viaggiamo a circa $1/300$ della velocità della luce ma non ce ne accorgiamo.

IL PARADOSSO DEI GEMELLI

Si può immaginare infatti che l'astronave sia ferma e quella che si allontana a velocità elevatissima sia la Terra con tutto ciò che le sta sopra. In tal caso sarebbe il gemello che ha viaggiato sino alla stella ad invecchiare mentre sarebbe rimasto più giovane il fratello rimasto a Terra.

Infatti l'astronauta che guardasse la Terra dall'astronave, la vedrebbe allontanarsi molto velocemente durante il viaggio di andata e avvicinarsi molto rapidamente durante quello di ritorno.

vista a bordo
dell'astronave



Agli occhi del gemello in viaggio, quindi, è la Terra che si sta allontanando per cui gli orologi sulla Terra saranno più lenti e, dal suo punto di vista, è il gemello a Terra ad invecchiare meno

IL PARADOSSO DEI GEMELLI

Dal punto di vista dell'astronave è la Terra a muoversi a $2/3$ della velocità della luce, mentre la vita a bordo sembra tranquilla e normale. Pertanto, se il sistema di riferimento fosse quello dell'astronave e non quello della Terra, al suo ritorno l'astronauta dovrebbe trovare il suo gemello terrestre molto più giovane di lui.

$$t = t_o \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$$

$t = 16,5$ anni
tempo sulla Terra

$t_o = 22$ anni
tempo sull'astronave

$v = 200.000$ km/sec
velocità della Terra

$c = 300.000$ km/sec
velocità della luce

L'astronauta resta **22 anni** a bordo dell'astronave prima di incontrare di nuovo la Terra. Poiché la Terra si è mossa a $2/3$ della velocità della luce, sul pianeta dovrebbero essere passati soltanto **16,5 anni.**, misurando dall'astronave

IL PARADOSSO DEI GEMELLI

In conclusione, cambiando il sistema di riferimento inerziale, muta completamente il risultato finale. In questo caso il gemello sulla Terra è più giovane dell'altro e ha soltanto 56 anni.



Si tratta di un paradosso perché non è possibile affermare che uno dei due sistemi inerziali sia corretto e l'altro sbagliato.

IL PARADOSSO DEI GEMELLI

E allora? Non possono aver ragione entrambi.



Questa osservazione paradossale venne avanzata negli anni '50-'60 dal filosofo inglese Herbert Dingle per criticare la teoria della relatività di Einstein.

IL PARADOSSO DEI GEMELLI

La soluzione del paradosso dei gemelli.

A questo punto la confusione è massima. E' normale e capita a tutti... Per questa ragione anticipo subito la risposta prima di spiegare nel dettaglio la soluzione del problema.

Il paradosso è falso

E' vera la prima ipotesi con tutti i sistemi di riferimento (Terra o astronave).



IL PARADOSSO DEI GEMELLI

La soluzione del paradosso dei gemelli.

La teoria della relatività elimina il concetto di simultaneità degli eventi. Non si può affermare che due eventi sono simultanei se si verificano in uno spazio-tempo differente.

la Teoria della Relatività, in cui i concetti assoluti di spazio e tempo (secondo la Meccanica newtoniana) erano presentati come concetti relativi ed intrinsecamente legati l'uno all'altro:

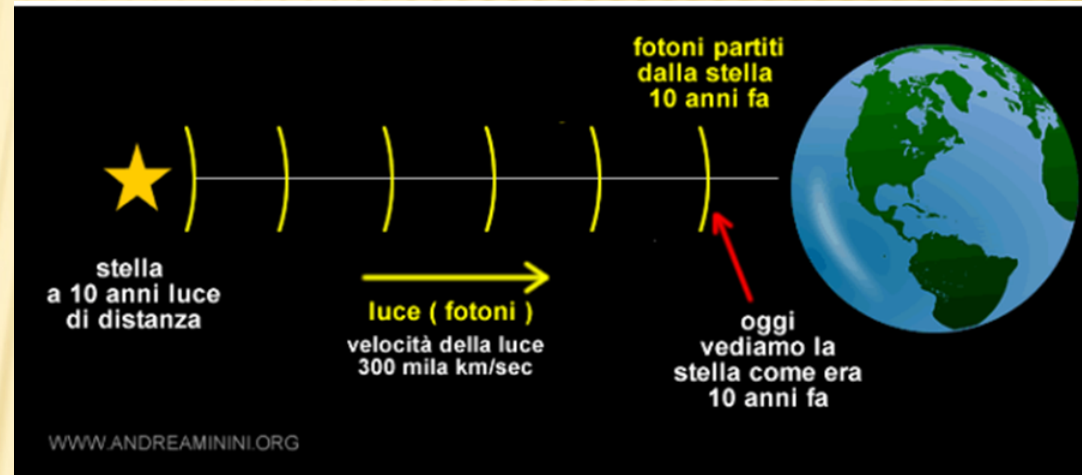
osservatori, che si muovono a velocità diverse, l'uno rispetto all'altro, non potranno ottenere misure uguali di spazio oppure di tempo.

IL PARADOSSO DEI GEMELLI

La soluzione del paradosso dei gemelli.

L'aspetto che forse può sembrare paradossale nella storia dei due gemelli è l'apparente simmetria del sistema: scegliendo l'astronave come sistema di riferimento è la terra che si allontana o si avvicina a velocità prossime a quelle della luce.

Quando osserviamo qualcosa molto lontano, stiamo guardando la luce originata da quegli eventi in un remoto passato e ci troviamo in uno spazio-tempo diverso.

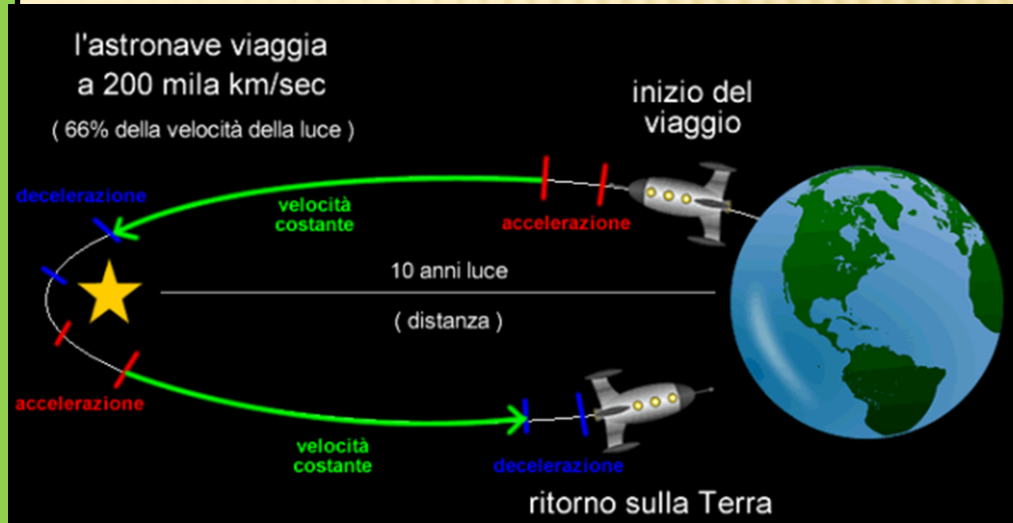


Dunque perché alla fine del viaggio c'è una differenza tra i tempi misurati dai due gemelli?

IL PARADOSSO DEI GEMELLI

La soluzione è molto semplice: **i due sistemi di riferimento, la terra e l'astronave, NON sono equivalenti.**

Il gemello viaggiatore, infatti, non si trova in un sistema di riferimento inerziale per tutta la durata del viaggio, perché l'astronave è infatti soggetta ad un'accelerazione in partenza e all'arrivo e, in misura ancora maggiore, quando inverte la rotta per tornare sulla Terra

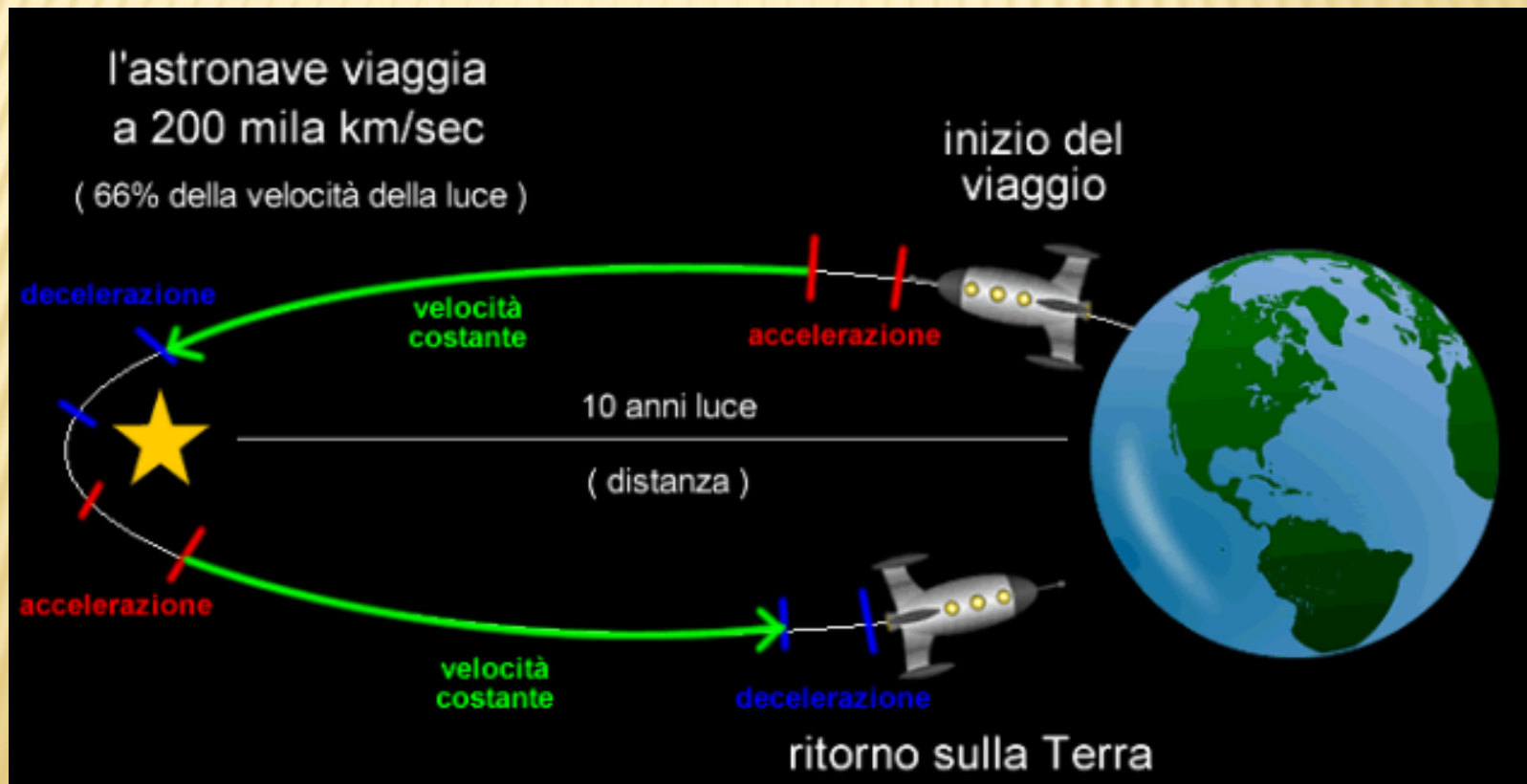


Il gemello sulla Terra invece non risente delle forze associate ai cambiamenti di velocità e di direzione che sperimenta il gemello in viaggio. **I due gemelli sono quindi distinguibili e le loro esperienze non sono simmetriche.**

IL PARADOSSO DEI GEMELLI

La soluzione del paradosso dei gemelli.

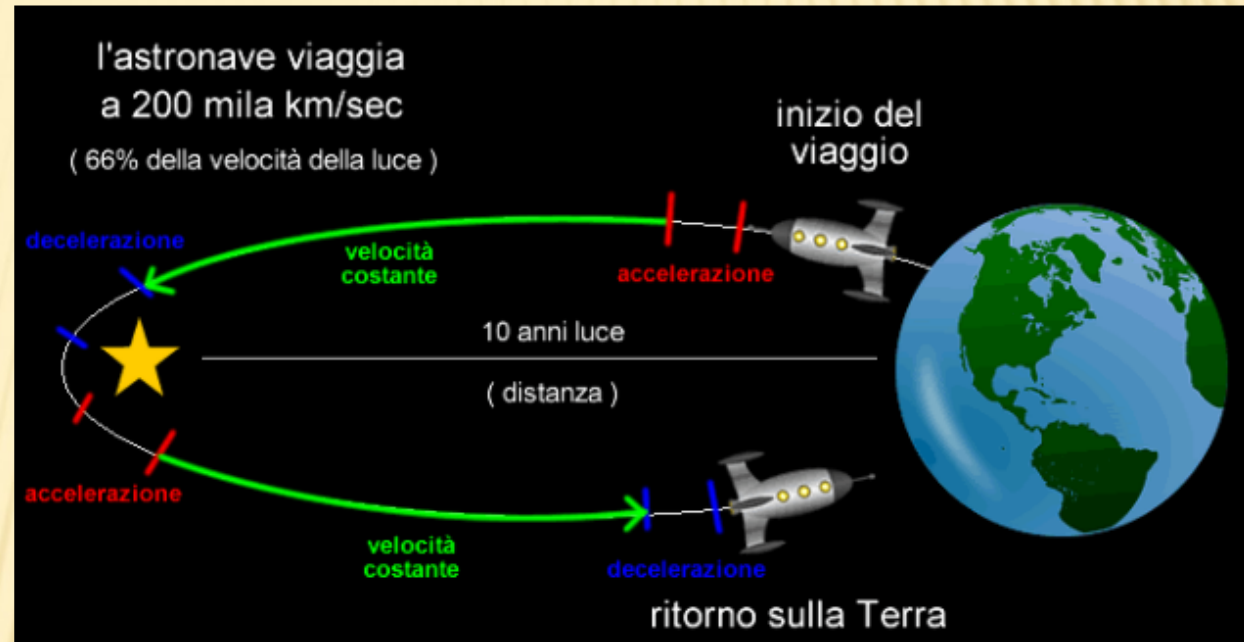
l'astronave non è propriamente un sistema inerziale bensì un sistema accelerato, perché per raggiungere la velocità di viaggio deve accelerare (**tratto rosso**) e poi decelerare (**tratto blu**) in prossimità della stella, poi nuovamente accelerare e decelerare per tornare sulla Terra.



IL PARADOSSO DEI GEMELLI

La soluzione del paradosso dei gemelli.

Soltanto nel tragitto intermedio (tratto verde) l'astronave viaggia a velocità costante ed è un sistema inerziale. Se l'astronave è un sistema accelerato, allora non può essere applicata la teoria della relatività ristretta perché quest'ultima si applica soltanto ai sistemi inerziali.



. All'astronave, che è un sistema accelerato, andrebbe applicata la teoria della relatività generale che estende la relatività a tutti i sistemi, sia inerziali che accelerati.

IL PARADOSSO DEI GEMELLI

La soluzione del paradosso dei gemelli.

Ciò implica che la teoria della relatività ristretta (che non contempla le accelerazioni) non possa quindi essere applicata al gemello in viaggio.

In ogni caso, se si suppone che i periodi di accelerazione costituiscano solo una piccola parte del viaggio complessivo, la teoria della relatività ristretta può essere applicata per dare almeno un'indicazione di cosa accade:

la conclusione è che il gemello in viaggio tornerà più giovane di quello rimasto sulla Terra (tale risultato viene anche confermato dalla teoria della Relatività Generale che tiene invece conto delle accelerazioni)

IL PARADOSSO DEI GEMELLI

La soluzione del paradosso dei gemelli.

Durante il percorso di andata e ritorno a velocità costante, che costituisce la gran parte del viaggio, entrambi i gemelli misurano la stessa velocità relativa, ma la lunghezza propria $\Delta L'$ è misurata dal gemello che si trova sulla Terra, in quanto egli è in quiete rispetto ai punti di partenza e di arrivo

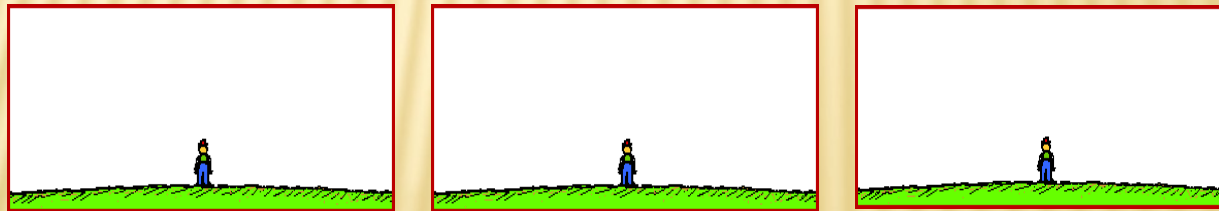


L'andata e il ritorno sono due sistemi inerziali diversi
Se per semplicità si tralasciano le fasi di accelerazione-decelerazione, l'andata e il ritorno dell'astronave restano comunque due sistemi inerziali diversi e vanno analizzati in modo a se stante.

SI DIMOSTRA, ALTRETTANTO SEMPLICEMENTE, CHE LE LUNGHEZZE SI CONTRAGGONO:

- × N.B. La lunghezza ΔL , tra stella e Terra, è misurata a bordo dell'astronave, mentre $\Delta L'$ è la lunghezza in quiete, misurata a Terra

$$\Delta L = \Delta L' \cdot \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} = \Delta L = \frac{\Delta L'}{\gamma} < \Delta L'$$



IL PARADOSSO DEI GEMELLI

La soluzione del paradosso dei gemelli.

Ciò implica, per la relatività ristretta, che il gemello viaggiatore misuri una distanza ΔL inferiore, a causa del fenomeno della contrazione delle lunghezze.

Pertanto, pur viaggiando alla stessa velocità relativa l'uno rispetto all'altro, dal suo punto di vista il gemello viaggiatore per coprire una distanza minore impiega meno tempo e dunque può trovare coerente il fatto che tornerà a casa più giovane.

Ci sono tre sistemi inerziali da considerare e non più due:

Il sistema inerziale della Terra

Il sistema inerziale dell'astronave nel viaggio di andata (tratto AB)

Il sistema inerziale dell'astronave nel viaggio di ritorno (tratto BC)

IL PARADOSSO DEI GEMELLI

La soluzione del paradosso dei gemelli.

Dal punto di vista del gemello a Terra, il battito del gemello in viaggio è più lento, per cui è in accordo con il fatto che al rientro il fratello sia più giovane



Notiamo che, nonostante l'apparente irrealizzabilità, il paradosso dei gemelli è stato verificato sperimentalmente! Questo grazie a degli orologi atomici collocati a bordo di due aerei che volavano in direzioni opposte rispetto al pianeta: l'aereo che viaggia in direzione est somma la sua velocità a quella di rotazione della terra, dunque viaggia più velocemente di quello che viaggia in direzione ovest, e quindi deve segnare un tempo inferiore di alcune frazioni di secondo. E così in effetti è stato.

IL PARADOSSO DEI GEMELLI

La soluzione del paradosso dei gemelli.

Un'altra verifica sperimentale fu invece eseguita nel 1966 in un acceleratore di particelle al CERN a Ginevra: in questo caso i viaggiatori erano muoni, fatti correre per mezzo di campi magnetici lungo percorsi circolari con velocità pari al 99,6% della velocità della luce. Si trovò che al loro ritorno i muoni erano più giovani, perché erano decaduti più lentamente dei muoni in quiete nel laboratorio.